



1. [2 pt] Prove de duas maneiras diferentes que

$$C_{n+3}^{p+3} = C_n^p + 3C_n^{p+1} + 3C_n^{p+2} + C_n^{p+3},$$

sendo uma delas via argumento combinatório.

2. [2 pt] Use o Teorema das Colunas para calcular

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2.$$

3. [2 pt]

- (a) Determine o coeficiente do termo de grau 6 na expansão de

$$\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^{17}.$$

- (b) Determine o coeficiente do termo de grau 11 na expansão de

$$\left(x + x^2 + x^3\right)^8.$$

4. [2 pt] Quantas vezes, no mínimo, devemos jogar um dado honesto para que a probabilidade de observarmos um 4 seja superior a 0,9?
5. [2 pt] No jogo da Sena são sorteadas seis dezenas entre as dezenas 01, 02, ..., 49, 50. O apostador escolhe seis dentre essas dezenas. Determine a probabilidade do jogador fazer a Sena Principal (acertar todas). A esperança (média) de uma variável aleatória assumindo valores inteiros positivos é definida como

$$\mathbb{E}X = \sum_{n=1} n\mathbb{P}[X = n].$$

Mostre que se  $X$  é geométrica de parâmetro  $p$ , então

$$\mathbb{E}X = \frac{1}{p}.$$

Com uma calculadora, determine aproximadamente o número médio de vezes que um apostador tem que jogar na Sena para ganhar pela primeira vez a Sena Principal.