

$$\textcircled{1} \quad A = \{7 \cdot 2, 7 \cdot 3, \dots, 7 \cdot 1428\}$$

$$|A| = 1427$$

$$B = \{11 \cdot 1, 11 \cdot 2, \dots, 11 \cdot 909\}$$

$$|B| = 909$$

$$\Omega = \{10, 11, 12, \dots, 10 \cdot 999\}$$

$$|\Omega| = 9991$$

$$A \cap B = \{77 \cdot 1, 77 \cdot 2, \dots, 77 \cdot 129\}$$

$$|A \cap B| = 129$$

$$\text{Resposta} = |\Omega| - |A \cup B|$$

$$= |\Omega| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= 9991 - 1427 - 909 + 129$$

$$= 7784$$

②

Fila 1

Fila 2

Fila 3

A_1

A_2

A_3

$\vdots$

$\vdots$

$\vdots$

I_1

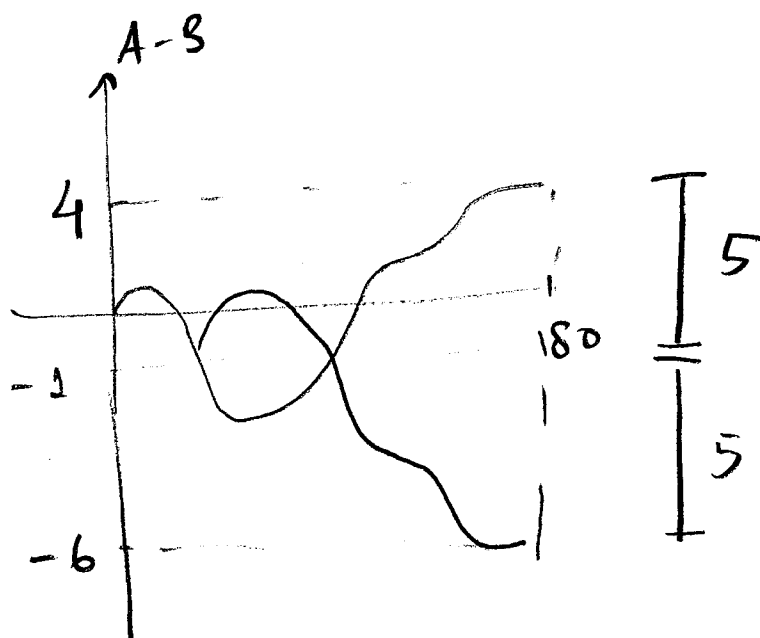
I_2

I_3

Para permutar as equipes em cada fila, $3!$ possibilidades. Para permutar os carros de mesma equipe, $3!$.

$$\text{Resposta} = (3!)^3 (3!)^3$$

③



$$\begin{cases} x + y = 80 \\ x - y = -6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} x &= 37 \\ y &= 43 \end{aligned}$$

$$\text{Resposta} = \frac{80!}{37! 43!}$$

(4) Primeiro escolhemos as posições das meninas. Pelo 1- lema de Kaplanski;

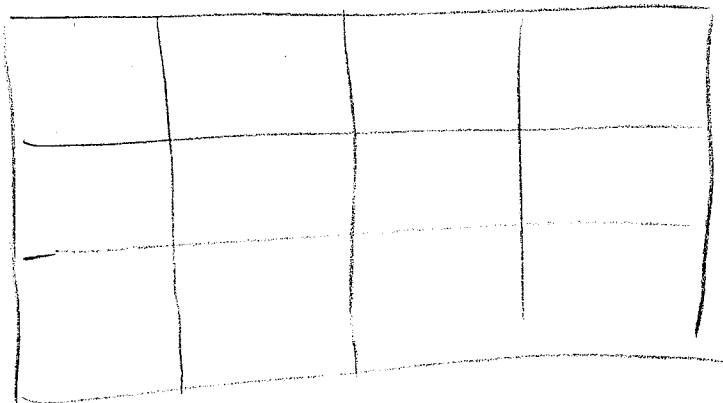
$$\text{são } f(35, 9) = \binom{35 - 9 + 1}{9} = \binom{27}{9}$$

Para permutar os meninos em suas posições, há $26!$ possibilidades. Para permutar as meninas, $9!$ possibilidades. Daí,

$$\text{Resposta} = \frac{27!}{9! 18!} \cdot 26! \cdot 9!$$

4

(5)



Dividindo o retângulo 3×4 temos 12 quadrados 1×1 . Como são 13 pontos, dois deles estarão no mesmo quadrado. Como a maior distância no quadrado é a diagonal, que mede $\sqrt{2}$, os pontos estarão a uma distância menor ou igual a $\sqrt{2}$.

Extra: Pinte as casas do tabuleiro infinito com quatro cores 1, 2, 3, 4:

4	3	4	3
1	2	1	2
4	3	4	3
1	2	1	2
4	3	4	3
1	2	1	2

Como são $4n+1$, pelo menos $n+1$ reis estarão em casas de mesma cor. E observe que casas de mesma cor nunca são vizinhas.