



**Instruções:** Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Não serão tiradas dúvidas durante a prova. Pode-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras. Respostas sem justificativa não serão aceitas. Cada questão vale 2,0 pontos.

- (1) Numa sala há 6 filas de 6 cadeiras. Nestas cadeiras há o nome de 36 alunos, um em cada cadeira. Estes 36 alunos chegam e sentam ao acaso. Qual a probabilidade de que em alguma fila todos se sentem na cadeira contendo o seu respectivo nome?
- (2) Resolva a recorrência
$$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}, \\ a_0 = 2, \\ a_1 = 1. \end{cases}$$
- (3) Doze cavaleiros estão sentados em torno de uma mesa redonda. Cada um dos doze cavaleiros considera seus dois vizinhos como rivais. Deseja-se formar um grupo de cinco cavaleiros para libertar uma princesa, sendo que nesse grupo não poderá haver cavaleiros rivais. Determine de quantas maneiras é possível escolher esse grupo.
- (4) Prove que em qualquer conjunto de 17 inteiros há um subconjunto  $S$  de 5 elementos com a seguinte propriedade: para qualquer par de elementos em  $S$ , a soma ou diferença deles é divisível por 7.
- (5) Determine quantos termos tem a expansão de  $(a_1 + \cdots + a_k)^n$ .