



Prova 2 - MAT518 2018.2

Análise no \mathbb{R}^n

Prof. Tertuliano Franco

Duração: 2h

Data: 07/11/18



Instruções: cada questão vale 2 pontos. A prova pode ser feita à lápis.

- 1) Seja $f : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = \langle Ax, By \rangle$, onde $A : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ e $B : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ são transformações lineares. Prove que f é diferenciável e encontre sua derivada.
- 2) Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f \in C^1$. Mostre que f não pode ser injetiva.
- 3) Seja $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciável tal que $f(x/2) = f(x)/2$ para todo $x \in \mathbb{R}^m$. Prove que f é uma transformação linear.
- 4) Considere em \mathbb{R}^m a norma euclidiana $\|\cdot\|$. Seja $f : \mathbb{R}^m - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \|x\|^a$, com $a \in \mathbb{R}$. Mostre que f é diferenciável e $df(x) \cdot v = a\|x\|^{a-2}\langle x, v \rangle$.
- 5) Considere em \mathbb{R}^m a norma euclidiana $\|\cdot\|$. Seja $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \|x\|^a$, com $a \geq 0$. Sob quais condições a função f é diferenciável em $x = 0$?