Prova 2
Teoria da Medida
MAT505 2020.2
Prof. Tertuliano Franco
Data 18/02/2020

1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
5ª	

Instruções: justifique suas respostas. Cada questão vale 1 ponto. Duração: 2h.

Nome do aluno: ____

1) Seja $(\mathbb{R}, \mathbb{B}, \lambda)$, onde λ é a medida de Lebesgue. A sequência

$$f_n \;=\; \chi_{[n,n+1]}$$

converge para qual função? Em qual sentido? (em medida, q.t.p., em L^p, pontualmente, uniformemente, quase uniformemente?).

2) Seja $(\mathbb{R}, \mathbb{B}, \lambda)$, onde λ é a medida de Lebesgue. Seja $\alpha > 0$. A sequência

$$f_n \;=\; \frac{1}{n^\alpha}\chi_{[n,2n]}$$

converge para qual função? Em qual sentido? (em medida, q.t.p., em L^p, pontualmente, uniformemente, quase uniformemente?). Para quais valores de α?

3) Mostre que o Teorema da Convergência Dominada segue válido se substituirmos convergência q.t.p. por convergência em medida.

4) Mostre que se λ e μ são medidas em $(X, \mathbb{X})$ tais que $\lambda \ll \mu$ e $\lambda \perp \mu$, então $\lambda = 0$.

5) Sejam ν, λ, μ medidas σ-finitas em $(X, \mathbb{X})$. Suponha que $\nu \ll \lambda$ e $\lambda \ll \mu$. Mostre que

$$\frac{d\nu}{d\mu} \;=\; \frac{d\nu}{d\lambda}\frac{d\lambda}{d\mu}\,,\ \mu - \text{q.t.p.}$$